7 確認問題 比例と反比例(1)

学習した日　／　（　　）分　／　（　　）分

要点 1 関数　必修ランク▸▸▸ Ⓐ Ⓑ Ⓒ

◆ 次のうち，yがxの関数といえるものは○，いえないものは×と答えなさい。

(1) 昼の長さをx時間，夜の長さをy時間とする。
　　$y=24-x$ と表せる。　○

(2) 縦の長さを$x$cmの長方形の面積を$y$cm^{2}とする。
　　縦の長さだけでは面積は決まらない。　×

(3) 時速20kmでx時間進んだときの道のりを$y$kmとする。
　　$y=20x$ と表せる。　○

ポイント例題

◎ 次の内容が，yがxの関数といえたら○，いえなければ×と答えなさい。

電話料金が1分ごとに10円のとき，電話料金をx円，通話時間をy秒とする。

×

要点 2 比例　必修ランク▸▸▸ Ⓐ Ⓑ Ⓒ

1 長さ12cmのローソクがあります。このローソクに火をつけると1分間に0.5cmずつ燃えます。火をつけてからx分間に燃えるローソクの長さを$y$cmとするとき，次の問いに答えなさい。

(1) yをxの式で表しなさい。　x分で$0.5x$cm燃える。　$y=0.5x$

(2) $x=4$のときのyの値を求めなさい。　$y=0.5\times4=2$　$y=2$

(3) xとyの変域をそれぞれ求めなさい。
　$12\div0.5=24$　24分で燃えつきる。
　xの範囲は0から24
　yの範囲は0から12　$0\leqq x\leqq24$，$0\leqq y\leqq12$

2 毎分20mの速さでx分間歩くときの距離をymとするとき，次の問いに答えなさい。

(1) yをxの式で表しなさい。　$y=20x$

(2) xとyの関係を何といいますか。　(正)比例

(3) 比例定数はいくつですか。　20

(4) xの値が1増すと，yの値はいくつ増しますか。　20

3 yはxに比例し，$x=3$のとき$y=18$です。このとき，比例定数と比例の式を求めなさい。

　$y=ax$　に代入。$18=3a$　$a=6$

　比例定数　6，比例の式　$y=6x$

ポイント例題

① 400ℓの水が入るおフロに水を毎分50ℓの割合で入れます。x分後の水の量をyℓとして，次の問いに答えなさい。

(1) yをxの式で表しなさい。　$y=50x$

(2) $x=6$になるときのyの値を求めなさい。
　$y=50\times6=300$　$y=300$

(3) x，yの変域をそれぞれ求めなさい。
　xの範囲は0から8
　yの範囲は0から400
　$0\leqq x\leqq8$，$0\leqq y\leqq400$

② 1ℓのガソリンで12km走る車があります。xℓのガソリンで$y$km走るとき，次の問いに答えなさい。

(1) yをxの式で表しなさい。　$y=12x$

(2) 比例定数はいくつですか。　12

(3) xの値が1増すと，yの値はいくつ増しますか。　12

③ 下の比例の対応表から比例定数を求めなさい。　xが1増すとyは4増す。

x	0	1	2
y	0	4	8

4

確認問題　解　説

要点1

◆関数…yがxにともなって変わり，xの値を決めると，それに対応してyの値がただ1つに決まるとき，**yはxの関数であるという。**

(1)　$y=24-x$と表せるから関数といえる。

(2)　縦の長さ$x$cmを求めても，横の長さが決まらないので，面積$y$cm²は1つに決まらない。

(3)　進む時間x時間が決まると，進んだ道のり$y$kmが1つに決まる。

要点2

1　(1)　1分間に0.5cm燃えることから，
x分間に，$0.5\times x=0.5x$（cm）燃える。
したがって，$y=0.5x$

答　$y=0.5x$

(2)　$x=4$を$y=0.5x$に**代入**する。
$y=0.5\times4=2$

答　$y=2$

(3)　変域とは，xとyのとりうる**値の範囲**のことである。
x → 燃える時間　$12\div0.5=24$　より，24分で燃えつきるので，xの値の範囲は，0 ～ 24 → これを0以上24以下と考えて，$0\leqq x\leqq24$と表す。
y → ローソクの長さは，0cmから12cm，yの値の範囲は，0 ～ 12→これを0以上12以下と考えて，$0\leqq y\leqq12$と表す。

答　$0\leqq x\leqq24$，$0\leqq y\leqq12$

2　(1)　毎分20mでx分間歩くと歩いた距離は，
$20\times x=20x$（m）　答　$y=20x$

(2)　$y=ax$の形だから，　答　比例

(3)　$y=ax$のaの部分が比例定数。　答　20

(4)　比例定数がaのとき，xの値が1増すと，yの値がa増す。　答　20

☆　比例と方程式は同じものであることを理解する。
$y=ax$のx，yは方程式のx，yであるので，x，yに数を代入してaを求める方程式を解けばよいことを確認すること。

ミスポイント

比例の式を求める計算では，**移項のときの**符号に注意する。

$18=3a$
$3a=-18$
$a=-6$

このように，$-3a$を$3a$としやすいので注意すること。

◎ポイント例題

1　(1)　1分間に50ℓ入ることから，
x分間に$50x$ℓの水が入る。

答　$y=50x$

(2)　$x=6$を$y=50x$に**代入**する。
$y=50\times6=300$

答　$y=300$

(3)　水は満水になるのに，$400\div50=8$　より，8分かかるので，xの値の範囲は，0 ～ 8
400ℓで満水になるので，yの値の範囲は，
0 ～ 400

答　$0\leqq x\leqq8$，　$0\leqq y\leqq400$

2　(1)　1ℓで12km走ることから，
xℓで$12x$(km)走る。　答　$y=12x$

(2)　$y=ax$のaの部分が比例定数。　答　12

(3)　比例定数が12なので，xの値が1増すと，yの値が12増す。

答　12

3　対応表からxの値が1増すと，yの値が4増していることがわかる。　答　4

例題

①　**yがxに比例し，$x=2$のとき$y=12$です。yをxの式で表しなさい。**　答　$y=6x$

②　**yがxに比例し，$x=-4$のとき$y=16$です。yをxの式で表しなさい。**　答　$y=-4x$

③　**$y=3x$の式について答えなさい。**

㋐　xの値が1増すとyの値はいくつ増しますか。

答　3

㋑　xの値が5増すとyの値はいくつ増しますか。

答　15

㋒　xの値が-4増すとyの値はいくつ増しますか。

答　-12

㋓　xの値が2から10まで増すとyの値はいくつ増しますか。　答　24

④　**yはxに比例し，$x=-2$のとき，$y=10$です。$x=3$のときのyの値を求めなさい。**
《解説》まず比例の式を求める。
$y=ax$に，$x=-2$，$y=10$を代入する。
$a=-5$より，$y=-5x$。$x=3$を代入する。

答　$y=-15$

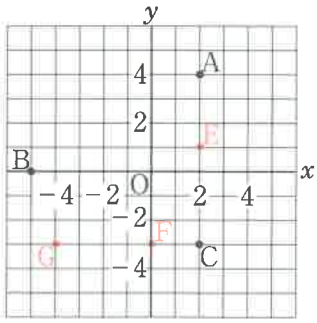
要点 ③ 座標　必修ランク▸▸▸ Ⓐ Ⓑ Ⓒ

◆ **次の問いに答えなさい。**

(1) 点A，B，Cの座標をそれぞれかきなさい。

A（ 2 ， 4 ）　B（ −5 ， 0 ）

C（ 2 ， −3 ）



(2) 点(4，2)について答えなさい。

① x軸について対称な点の座標

（ 4 ， −2 ）

② y軸について対称な点の座標

（ −4 ， 2 ）

③ 原点について対称な点の座標

（ −4 ， −2 ）

縦におろした点が x 座標
横にひいた点が y 座標

ポイント例題

1 次の点を左の図にかき入れなさい。

E　（ 2，　1）

F　（ 0，−3）

G　（−4，−3）

2 点(−3, 2)について答えなさい。

(1) x軸について対称な点の座標

（ −3 ， −2 ）

(2) y軸について対称な点の座標

（ 3 ， 2 ）

(3) 原点について対称な点の座標

（ 3 ， −2 ）

要点 ④ 比例のグラフ　必修ランク▸▸▸ Ⓐ Ⓑ Ⓒ

◆ **次の対応表を完成させてから，図にグラフをかきなさい。**

① $y=2x$

x	0	2
y	0	4

② $y=-x$

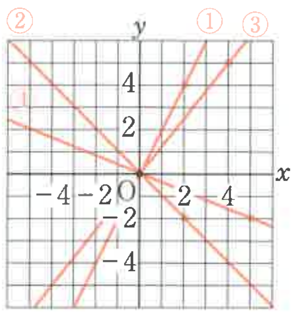
x	0	2
y	0	−2

③ $y=\frac{5}{4}x$

x	0	4
y	0	5

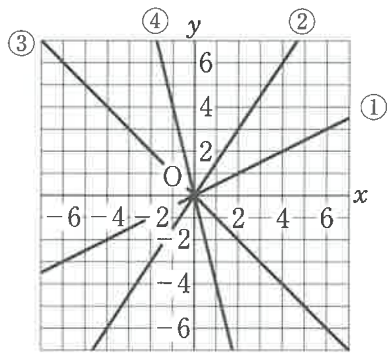
④ $y=-0.4x$

x	0	5
y	0	−2



ポイント例題

◎ 下の図の①～④の直線のグラフを比例の式で表しなさい。



① $y=\frac{1}{2}x$　② $y=\frac{3}{2}x$

③ $y=-x$　④ $y=-4x$

確認問題　　解　説

要点3

● **座標**

横をxの数直線，縦をyの数直線と考える。

◆ (1) A…x軸に2，y軸に4　から，　答　(2，4)

B…x軸に-5，y軸に0から，　答　(-5，0)

C…x軸に2，y軸に-3から，　答　(2，-3)

(2) ① **x軸**について対称 → yを反対符号

答　(4，-2)

② **y軸**について対称 → xを反対符号

答　(-4，2)

③ **原点**について対称 → x，yを反対符号

答　(-4，-2)

ハイレベル例題

点Q(x_2，y_2)について点P(x_1，y_1)と対称な点の座標。

答　($2x_2-x_1$，$2y_2-y_1$)

例題

点Q(3，5)について点P(1，2)と対称な点の座標を求めなさい。

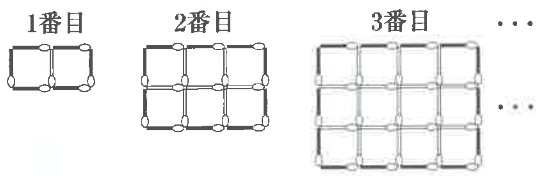
《解答・解説》

x座標は，　$2\times3-1=5$

y座標は，　$2\times5-2=8$　　答　(5，8)

入試対策問題　(岐阜県)

下の1番目，2番目，3番目…の図のように，マッチ棒の数を増やして，外側のマッチ棒で作る長方形の縦，横の辺がそれぞれマッチ棒1本分ずつ大きくなるように図形をつくっていくとき，次の問いに答えなさい。



(1) 3番目では，マッチ棒でできた四角形が12個あります。4番目では，四角形は何個できますか。

(2) 3番目では，内側の縦に並ぶマッチ棒の数は，9本です。10番目では，何本になりますか。

《解答・解説》

(1) 3番目…縦に3，横に$3+1=4$　より，

$3\times4=12$(個)

4番目…縦に4，横に$4+1=5$　より，

$4\times5=20$(個)　　答　20個

(2) 2番目 → $2^2=4$

3番目 → $3^2=9$それぞれ2乗の数だけある。

10番目 → $10^2=100$　　答　100本

要点4

● **比例のグラフのかき方**

① 対応表をつくる。

対応表とは，**xの値に対するyの値を示した表**のことをいう。比例の式の比例定数の値が整数のときは，xの値を0と2にとるようにする。(xの値が0のときを必ずとること，もう一方のxの値はとくに2でなくてもかまわないが，xの値が2ぐらいがグラフをかきやすい。)

対応表のxの値が決まったら，xの値を**比例の式に代入**してyの値を求める。

例　$y=3x$

x	0	2
y	0	6

$y=3x$に$x=0$を代入すると，$y=0$

$y=3x$に$x=2$を代入すると，$y=6$

② 対応表から，グラフの通る**2点の座標**をとる。

上の対応表ならば，点(0，0)，(2，6)

③ 2点の座標を直線で結ぶ。

◆ ① $y=2x$に$x=0$を代入すると，$y=0$

$y=2x$に$x=2$を代入すると，$y=4$

2点(0，0)，(2，4)を図にとり，2点を結ぶ。

② $y=-x$に$x=0$を代入すると，$y=0$

$y=-x$に$x=2$を代入すると，$y=-2$

2点(0，0)，(2，-2)を図にとり，2点を結ぶ。

③ $y=\frac{5}{4}x$に$x=0$を代入すると，$y=0$

$y=\frac{5}{4}x$に$x=4$を代入すると，$y=5$

2点(0，0)，(4，5)を図にとり，2点を結ぶ。

☆ **比例定数が分数のときは，xの値に比例定数の分母の値をとるとよい。**

④ $y=-0.4x$ → $y=-\frac{2}{5}x$と考える。

☆ **小数の式は，分数になおして書く。**

☆ **比例のグラフは必ず原点を通るので，$x=0$のときのyの値は0である。**

● **比例のグラフから比例の式を求める**

通っている点の座標を$y=ax$に代入して計算からaの値を求める。

◎ ① (2，1)を通っている。$y=ax$に代入すると，

$1=2a$　$a=\frac{1}{2}$　　答　$y=\frac{1}{2}x$

8 確認問題 比例と反比例(2)

学習した日
／（　）分　／（　）分

要点1 反比例　必修ランク▸▸▸ A B C

1 48kmの距離を，毎時x kmの車で走ると，y時間かかります。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　yをxの式で表しなさい。

$y=\frac{48}{x}$

(2)　xとyの関係を何といいますか。

反比例

(3)　比例定数はいくつですか。

48

(4)　$x=4$のとき，yの値を求めなさい。

$y=\frac{48}{4}$　　$y=12$

2 yはxに反比例していて，x=5のとき，y=3です。このとき，比例定数と反比例の式を求めなさい。

$xy=a$　に代入　$5\times3=a$　$15=a$

比例定数　15，反比例の式　$y=\frac{15}{x}$

ポイント例題

①　面積が12cm²の長方形の，縦の長さを$x$cm，横の長さを$y$cmとするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　yをxの式で表しなさい。

$y=\frac{12}{x}$

(2)　$y=12$になるときのxの値を求めなさい。

$xy=12$　に代入

$12x=12$　　$x=1$

②　yはxに反比例していて，グラフが点$(-6,\ 2)$を通るときの反比例の式を求めなさい。

$xy=a$

$-6\times2=a$　$a=-12$　$y=-\frac{12}{x}$

要点2 反比例のグラフ　必修ランク▸▸▸ A B C

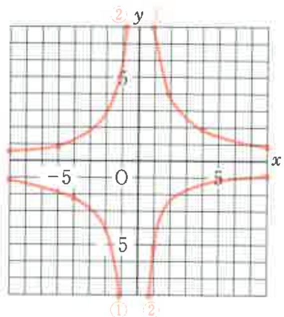
◆　次の対応表を完成させてから，グラフをかきなさい。

①　$y=\frac{8}{x}$

x	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y	-1	-2	-4	-8	8	4	2	1

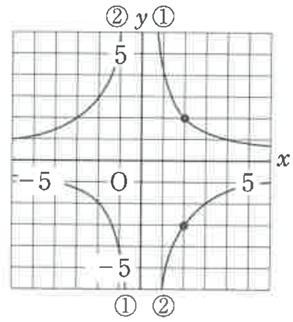
②　$y=-\frac{5}{x}$

x	-5	-1	1	5
y	1	5	-5	-1



ポイント例題

◎　下の図の①，②をグラフとする反比例の式を表しなさい。



①　$y=\frac{4}{x}$　　②　$y=-\frac{6}{x}$

点(2，2)を通る。　　点(2，−3)を通る。

確認問題　解　説

要点 1

1 (1)　時間＝$\dfrac{距離}{速さ}$　より，　距離…48km　速さ…$x$km/時　を代入して，

答　$y=\dfrac{48}{x}$

ミスポイント

yをxの式で表しなさい，と示されたら，$y=\dfrac{a}{x}$の形で答えること。$xy=48$と答えてはいけない。

(2)　xとyの関係が，$y=\dfrac{a}{x}$の形で表されるとき，yはxに反比例するという。

答　反比例

(3)　比例定数は，$y=\dfrac{a}{x}$のaの部分。

答　48

(4)　$x=4$を$y=\dfrac{48}{x}$に代入してyの値を求める。

$$y=\frac{\cancel{48}^{12}}{\cancel{4}}$$

$$y=12$$

答　$y=12$

2 **反比例の比例定数を求めるときは，$xy=a$にxとyの値を代入して，aの値を求める。** aの値が求められたら，反比例の式 $y=\dfrac{a}{x}$ の a の部分にaの値をあてはめる。

$5\times3=a$

$15=a$

答　比例定数　15，反比例の式　$y=\dfrac{15}{x}$

◎ポイント例題

① (1)　横の長さ＝面積÷縦の長さ　より，

$y=12\div x$

$y=\dfrac{12}{x}$

答　$y=\dfrac{12}{x}$

(2)　反比例の式 $y=\dfrac{12}{x}$ を，$xy=12$の形になおしてから代入する。$xy=12$に，$y=12$を代入すると，

$12x=12$

$x=1$

答　$x=1$

参考

☆　反比例の式 $y=\dfrac{a}{x}$ は関数か？

「yがxの関数である」というためには，「xとyが1対1の対応関係にある」ということが必要である。反比例の場合，$x=0$に対応するyの値は得られない。しかし，$x=0$以外は1対1の対応関係であるから，xの変域として0を除く数については，yはxの関数であるといえる。

☆　反比例の式は$xy=a$と変形できるから，反比例の式は，2つの変数(x，y)の積が常に一定になる関係であることも理解しておくこと。

要点 2

● **反比例のグラフのかき方**

①　対応表をつくる。

xの値をなるべく多くとり，反比例の式に代入して，yの値を求める。

②　対応表の点を座標上にとり，なめらかな曲線で結ぶ。

◆ ①　xの値を1つずつ反比例の式に代入して，yの値を求める。

対応表の点の座標を，図にとり，なめらかな曲線で結ぶ。

ミスポイント

反比例のグラフは，**なめらかな2つの部分からなる曲線であるので，片方だけしかかかなかったり，点と点を直線で結んだりしてはいけない。x軸，y軸に近づくが，決して接することはない。**

● **反比例のグラフの読み方**

①　座標から，x，yの値が整数で，グラフ上にある点を見つける。

②　その点のxとyの値を，$xy=a$に代入して，aの値を求める。

③　aの値を，反比例の式 $y=\dfrac{a}{x}$ のaの部分にあてはめる。

◎ ①　図から，点(2，2)を通っていることを見つける。

$x=2$，$y=2$を，$xy=a$に代入する。

$2\times2=a$

$4=a$

答　$y=\dfrac{4}{x}$

②　図から，点(2，-3)を通っていることを見つける。

$x=2$，$y=-3$を，$xy=a$に代入する。

$2\times(-3)=a$

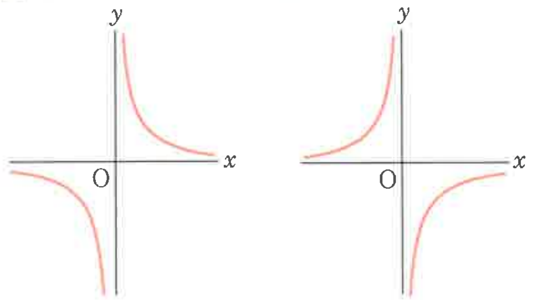
$-6=a$

答　$y=-\dfrac{6}{x}$

教科書の説明

$y=\dfrac{a}{x}$のグラフは次のような曲線になる。

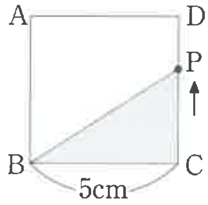
1 $a>0$のとき　　**2** $a<0$のとき



なめらかな2つの部分からなる曲線になるが，これらは双曲線とよばれる曲線である。

要点3 いろいろな問題　必修ランク▸▸▸ A B C

◆ 右の図で点Pは１辺５㎝の正方形の辺上を，毎秒１㎝の速さで点Cから点Dまで動きます。x秒後の三角形PBCの面積をyとして，yをxの式で表しなさい。また，xの変域も求めなさい。



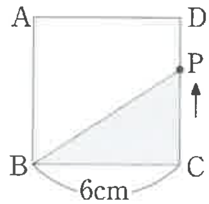
辺 BC の長さ５cm，高さ PC の長さ x cm

$$5\times x\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}x$$

$y=\frac{5}{2}x$，$0\leqq x\leqq 5$

ポイント例題

◎ 下の図で，点Pは１辺６㎝の正方形の辺上を毎秒２㎝の速さで点Cから点Dまで動きます。x秒後の三角形PBCの面積をyとして，yをxの式で表しなさい。また，xの変域も求めなさい。



底辺 BC の長さ６cm

高さ PC の長さ２x cm

$$6\times 2x\times\frac{1}{2}=6x$$

点Pは３秒で点Dに着く。

$y=6x$，$0\leqq x\leqq 3$

要点3

◆ 図から，三角形PBCの底辺をBC…5cmと考える。
高さPCは，x秒後の点Pの位置だから，$x\times1=x$ より，$x$cmと考える。

$$5\times x\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}x$$

xのとりうる値の範囲は，0(点C)から5(点D)まで。

答　$y=\frac{5}{2}x$　$(0\leqq x\leqq5)$

◎ 図から，三角形PBCの底辺をBC…6cmと考える。
高さPCは，x秒後の点Pの位置だから，
$x\times2=2x$より，$2x$cmと考える。

$$6\times2x\times\frac{1}{2}=6x$$

xのとりうる値の範囲は，点Pが点Dに着くまでに
$6\div2=3$　3秒かかるので，$0\leqq x\leqq3$

答　$y=6x$　$(0\leqq x\leqq3)$

ハイレベル例題

要点❸で点PがAD上にあるときのyをxの式で表し，xの変域も求めなさい。また，点PがAB上にあるときのyをxの式で表し，xの変域も求めなさい。

《解答・解説》

● AD上
三角形PBCの底辺は5cm，高さはxの位置にかかわらずいつでも5cmとなる。

$$5\times5\times\frac{1}{2}=\frac{25}{2}$$

xのとりうる値の範囲は，5(点D)から10(点A)まで。

答　$y=\frac{25}{2}$　$(5\leqq x\leqq10)$

● AB上
三角形PBCの底辺は5cm，高さPBは，CからD，Aを通っての長さがxより，CD＋DA＋AB＝15から，$(15-x)$cmと考える。

$$5\times(15-x)\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{5}{2}(15-x)=\frac{75}{2}-\frac{5}{2}x$$

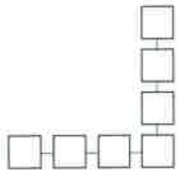
xのとりうる値の範囲は，10(点A)から15(点B)まで。　答　$y=-\frac{5}{2}x+\frac{75}{2}$　$(10\leqq x\leqq15)$

ミスポイント

座標の1目もりを1cmとする，のように書いていないときは答えに単位をつけないこと。

入試対策問題（北海道）

右の図の□に1，2，3，4，5，6，7の異なる数字を1つずつ入れて，縦と横の合計の数が等しくなるようにしなさい。



《解答・例》

			6
			4
			3
7	5	1	2

			6
			5
			1
7	3	2	4

			5
			4
			2
7	3	1	6